Mécanique et Thermodynamique galiléenne des milieux continus

Géry DE SAXCÉ (Université de Lille 1)

Résumé

Ce cours illustrera la puissance des méthodes géométriques pour construire une formulation intrinsèque des milieux continus en insistant sur l'importance des groupes de symétrie et en particulier de celui de la mécanique classique, le groupe de Galilée, un groupe de Lie de dimension 10.

Programme

1 Gravitation galiléenne

Après avoir modélisé l'espace-temps par une variété de dimension 4 et introduit le principe de relativité de Galilée, on la muni d'une connexion symétrique représentant, suivant les préceptes de la relativité générale, la gravitation. Elle comporte deux composantes, gravité et tournoiement, et dérive d'un quadrivecteur potentiel.

2 Tenseurs affines en Mécanique

Une idée fructueuse consiste à considérer les tenseurs affines auxquelles s'étendent naturellement les opérations des tenseurs classiques, produits tensoriel, contracté et dérivée covariante. Les tenseurs affines les plus simples sont les points d'un espace affine et les fonctions affines. Nous apprendons à découvrir les tenseurs affines les plus importants pour la mécanique, les torseurs, les co-torseurs et les tenseurs moment.

3 Mécanique galiléenne des milieux continus

Après avoir introduit le torseur d'un milieu continu, on étudie la structure du tenseur de contrainte-masse qui permet de modéliser la dynamique des milieux 3D. Ces outils sont étendus aux milieux matériels de dimension arbitraire représentés par une sous-variété de l'espace-temps.

4 Thermodynamique galiléenne des milieux continus

L'idée-clef est d'ajouter une dimension supplémentaire liée à une coordonné d'action. Les tenseurs pertinents sont le pentavecteur température, le tenseur friction et le tenseur moment dont ont déduit les potentiels thermodynamiques usuels. La modélisation des milieux dissipatifs repose sur une décomposition additive du tenseur moment. Les deux principes de la thermodynamique sont présentés sous une forme géométrisée.

5 Mécanique symplectique

Dans le cadre de la méthode de l'orbite coadjointe, les outils principaux sont l'action symplectique d'un groupe de Lie et l'application moment qui permet de donner une version moderne du théorème de Nœther. Une forme symplectique basée sur une factorisation de la 1-forme de connexion et la dérivée extérieure du moment permet de généraliser les équations d'Euler-Poincaré.

Références

G. de Saxcé, C. Vallée. *Galilean Mechanics and Thermodynamics of Continua*. ISTE-Wiley, 2016.